

## LÓGICA PROPOSICIONAL

Prof. Miguel- Uniban

---

Imagine que você foi convocado a participar de um júri em um processo criminal e o advogado de defesa apresenta os seguintes argumentos:

*Se meu cliente fosse culpado, a faca estaria na gaveta. Ou a faca não estava na gaveta ou José da Silva viu a faca. Se a faca não estava lá no dia 10 de outubro, segue que José da Silva não viu a faca. Além disso, se a faca estava lá no dia 10 de outubro, então a faca estava na gaveta e o martelo estava no celeiro. Mas todos sabemos que o martelo não estava no celeiro. Portanto, senhoras e senhores do júri, meu cliente é inocente.*

**Pergunta:** O argumento do advogado está correto? Como você deveria votar o destino do réu?

É mais fácil responder a essa pergunta reescrevendo o argumento com a notação de lógica formal, que retira todo o palavrório que causa confusão e permite que nos concentremos na argumentação subjacente.

A lógica formal fornece as bases para o método de pensar organizado e cuidadoso que caracteriza qualquer atividade racional.

**"Lógica:** Coerência de raciocínio, de idéias. Modo de raciocinar peculiar a alguém, ou a um grupo. Seqüência coerente, regular e necessária de acontecimentos, de coisas." (dicionário Aurélio), portanto podemos dizer que a Lógica é a ciência do raciocínio.

### **Proposição ou declaração.**

**Definição:** É toda oração declarativa, toda sentença de sentido completo, para a qual se associa apenas um dos dois atributos **verdadeiro** ou **falso**.

São exemplos de proposições:

- Quatro é maior que cinco.
- Ana é inteligente.
- São Paulo é uma cidade da região sudeste.
- Existe vida humana em Marte.

Exemplos de não proposições:

- Como vai você?
- Como isso pode acontecer!

## Valor lógico de uma proposição

O valor lógico de uma proposição é: verdadeira (V) se for verdade e a falsidade (F) se for falsa.

### Exercícios:

1) Quais das sentenças abaixo são proposições?

A lua é feita de Queijo verde (É uma proposição)

Ele é certamente um homem alto (Não é uma proposição)

Dois é um número primo (É uma proposição)

O jogo vai acabar logo? (Não é uma proposição)

$x^2 - 4 \neq 0$  (não é uma proposição)

3 é raiz de  $x^2 - 4x + 3 = 0$  (é uma proposição)

2) Determine o valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

a) O número 11 é um número primo {V(a) = V}

b) Todo número divisível por 5 termina em 0 {V(c) = F}

c)  $-2 < 0$  {V(e) = V}

3) Descreva 10 proposições e dê o valor lógico de cada uma. (Atividade)

### Tipos de Proposições

**Proposição Simples:** não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. Exemplos:

Paulo é médico

A impressora é um periférico.

**Proposição Composta:** é formada por duas ou mais proposições simples unidas por conectivos: "e", "ou", "se...então", "se e somente se", "não", etc.

Exemplos:

$\sqrt{2} < 1$  ou  $7 = 4$

Se Pedro é estudante, **então** lê livros.

O sol é quadrado **e** a neve é branca.

O computador **não** é barato.

**Exercício:** Descreva 10 proposições compostas.

## Operações lógicas sobre proposições ou cálculo proposicional

**VARIÁVEIS PROPOSICIONAIS:** letras minúsculas **p,q,r,s,...** para indicar as proposições simples.

**Exemplos:**

A taxa de juros é baixa: **p**

O computador é barato: **q**

Conectivos ou operadores lógicos

**I: negação (não) “ $\sim$ ”**

A taxa de juros não é baixa:  $\sim p$

O computador não é barato:  $\sim q$

**II: conjunção (e) “ $\wedge$ ”**

A taxa de juros é baixa e o computador é barato:  $p \wedge q$

**III: disjunção (ou) “ $\vee$ ”**

A taxa de juros é baixa ou o computador é barato:  $p \vee q$

**IV: condicional (se, então) “ $\rightarrow$ ”**

Se a taxa de juros é baixa, então o computador é barato:  $p \rightarrow q$

**IV: bicondicional (se, e somente se) “ $\leftrightarrow$ ”**

O computador é barato se, e somente se, a taxa de juros for baixa:  $q \leftrightarrow p$

**Exercícios:**

I. Sejam as proposições:

t: Paulo joga futebol

u: Ana estuda Sistemas de Informação.

z: A prova foi fácil.

1) Escreva na linguagem usual:

a)  $t \wedge u$

b)  $u \vee \sim z$

c)  $u \rightarrow t$

d)  $\sim t \leftrightarrow u$

2) Escreva na linguagem simbólica:

- a) A prova foi fácil ou Paulo não joga futebol.
- b) Paulo joga futebol se, e somente se Ana não estuda Sistemas de Informação.
- c) Se a prova não foi fácil, então Ana estuda Sistemas de Informação.
- d) Paulo joga futebol e a prova foi fácil se, e somente se Ana não estuda Sistemas de Informação.

II. Transforme as seguintes proposições em formas simbólicas, usando a seguinte notação:

p: João joga tênis

q: chove

r: João vê televisão

s: João dorme cedo

t: João vai ao cinema

- a) João jogará tênis se não chover
- b) Se chover, João não jogará tênis nem irá ao cinema
- c) João vê televisão ou dorme cedo, quando chove
- d) Não é o caso de João dormir cedo

### **TABELA-VERDADE**

### **NEGAÇÃO**

Seja p uma proposição simples. Tem-se, então, que:

|   |          |
|---|----------|
| p | $\sim p$ |
| V | F        |
| F | V        |

## CONJUNÇÃO

A conjunção de duas proposições  $p$  e  $q$  é verdadeira quando  $V(p) = V(q) = V$ , e falsa nos demais casos, isto é, só será verdadeira quando o valor lógico de ambas for verdade.

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| V   | V   | V            |
| V   | F   | F            |
| F   | V   | F            |
| F   | F   | F            |

## DISJUNÇÃO

A disjunção de duas proposições  $p$  e  $q$  é falsa quando  $V(p) = V(q) = F$ , e verdadeira nos demais casos, isto é, só será falsa quando ambas forem falsas.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| V   | V   | V          |
| V   | F   | V          |
| F   | V   | V          |
| F   | F   | F          |

## CONDICIONAL

O condicional de duas proposições  $p$  e  $q$  é falso quando  $V(p) = V$  e  $V(q) = F$ , e verdadeiro nos demais casos. A proposição  $p$  é chamada **antecedente** e a proposição  $q$  é o **conseqüente** do condicional, isto é, será falso se o *antecedente* for verdadeiro e o *conseqüente* falso.

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| V   | V   | V                 |
| V   | F   | F                 |
| F   | V   | V                 |
| F   | F   | V                 |

## BICONDICIONAL

O bicondicional de duas proposições  $p$  e  $q$  é verdadeira quando  $V(p) = V(q)$  e falsa quando  $V(p) \neq V(q)$ .

| $p$ | $q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| V   | V   | V                     |
| V   | F   | F                     |
| F   | V   | F                     |
| F   | F   | V                     |

### Ordem de precedência de aplicação dos conectivos lógicos:

1. Para conectivos dentro de vários parênteses, efetua-se primeiro as expressões dentro dos parênteses mais internos.
2.  $\sim$
3.  $\wedge, \vee$
4.  $\rightarrow$
5.  $\leftrightarrow$

### Como construir uma tabela-verdade?

Exemplo:

| $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \vee (\sim q)$ |
|-----|-----|----------|-------------------|
| V   | V   | F        | V                 |
| V   | F   | V        | V                 |
| F   | V   | F        | F                 |
| F   | F   | V        | V                 |

1)  $p \vee (\sim q)$

2)  $(w \wedge t) \leftrightarrow \sim u$

| <b>w</b> | <b>t</b> | <b>u</b> | <b>~u</b> | <b>w ∧ t</b> | <b>(w ∧ t) ↔ ~u</b> |
|----------|----------|----------|-----------|--------------|---------------------|
| <b>V</b> | <b>V</b> | <b>V</b> | <b>F</b>  | <b>V</b>     | <b>F</b>            |
| <b>V</b> | <b>V</b> | <b>F</b> | <b>V</b>  | <b>V</b>     | <b>V</b>            |
| <b>V</b> | <b>F</b> | <b>V</b> | <b>F</b>  | <b>F</b>     | <b>V</b>            |
| <b>V</b> | <b>F</b> | <b>F</b> | <b>V</b>  | <b>F</b>     | <b>F</b>            |
| <b>F</b> | <b>V</b> | <b>V</b> | <b>F</b>  | <b>F</b>     | <b>V</b>            |
| <b>F</b> | <b>V</b> | <b>F</b> | <b>V</b>  | <b>F</b>     | <b>F</b>            |
| <b>F</b> | <b>F</b> | <b>V</b> | <b>F</b>  | <b>F</b>     | <b>V</b>            |
| <b>F</b> | <b>F</b> | <b>F</b> | <b>V</b>  | <b>F</b>     | <b>F</b>            |

## EXERCÍCIOS DE LÓGICA PROPOSICIONAL

1. Sejam as proposições:

P – João joga futebol

Q – João joga tênis

Escrever na linguagem usual as seguintes proposições:

- a)  $P \vee Q$
- b)  $P \wedge Q$
- c)  $P \wedge \sim Q$
- d)  $\sim P \wedge \sim Q$
- e)  $\sim(\sim P)$
- f)  $\sim(\sim P \wedge \sim Q)$

2. Dadas as proposições:

P – Adriana é bonita

Q – Adriana é inteligente

Escrever na linguagem simbólica as seguintes proposições:

- a) Adriana é bonita e inteligente.
- b) Adriana é bonita, mas não inteligente.
- c) Não é verdade que Adriana não é bonita ou inteligente.
- d) Adriana não é bonita nem inteligente.
- e) Adriana é bonita ou não é bonita e inteligente.
- f) É falso que Adriana não é bonita ou que não é inteligente.

3. Determinar o valor lógico de cada uma das seguintes proposições:

- a)  $3 + 2 = 7$  e  $5 + 5 = 10$
- b)  $3 > 1 \rightarrow 3^0 = 3$
- c) Não é verdade que 12 é um número ímpar.
- d)  $\sim(1 + 1 = 2 \leftrightarrow 4 + 3 = 5)$

4. Sabendo que o valor lógico de P é verdadeiro e o valor lógico de Q é falso, determinar o valor lógico de cada uma das proposições:

- a)  $P \wedge \sim Q$
- b)  $P \vee \sim Q$
- c)  $\sim P \wedge Q$
- d)  $\sim P \vee \sim Q$
- e)  $\sim P \wedge \sim Q$
- f)  $P \wedge (\sim P \vee Q)$

5. Determinar o valor lógico de P em cada um dos casos abaixo, considerando a informação fornecida.

- a) Q é falsa e  $P \wedge Q$  é falsa.
- b) Q é falsa e  $P \vee Q$  é falsa.
- c) Q é falsa e  $P \rightarrow Q$  é falsa.
- d) Q é falsa e  $P \rightarrow Q$  é verdadeira.
- e) Q é falsa e  $P \leftrightarrow Q$  é verdadeira.
- f) Q é verdadeira e  $P \leftrightarrow Q$  é falsa.

6. Determinar os valores lógicos de P e Q em cada um dos casos abaixo:

- a)  $P \rightarrow Q$  é verdadeira e  $P \wedge Q$  é falsa
- b)  $P \rightarrow Q$  é verdadeira e  $P \vee Q$  é falsa.
- c)  $P \leftrightarrow Q$  é verdadeira e  $P \wedge Q$  é verdadeira.
- d)  $P \leftrightarrow Q$  é falsa e  $\sim P \vee Q$  é verdadeira.

7. Para quais valores lógicos de P e Q se tem o valor lógico de  $P \wedge Q$  igual ao valor lógico de  $P \rightarrow Q$  ?

## RESOLUÇÕES

1ª Questão:

- a) João joga futebol ou tênis.
- b) João joga futebol e tênis.
- c) João joga futebol e não joga tênis (ou: João joga futebol, mas não tênis).
- d) João não joga futebol nem tênis.
- e) João joga futebol.
- f) João joga futebol e tênis.

2ª Questão:

- a)  $P \wedge Q$
- b)  $P \wedge \sim Q$
- c)  $\sim(\sim P \vee \sim Q)$
- d)  $\sim P \wedge \sim Q$
- e)  $P \vee \sim(P \wedge Q)$
- f)  $\sim(\sim P \vee \sim Q)$

3ª Questão:

- a)  $F \text{ e } V \dots F$     b)  $V \text{ e } F \dots F$     c)  $V$     d)  $\sim(V \leftrightarrow F) = \sim F = V$

4ª Questão:

- $V(P) = V$  e  $V(Q) = F$
- a)  $V \wedge V \dots V$
  - b)  $V \vee V \dots V$
  - c)  $F \wedge F \dots F$
  - d)  $F \vee V \dots V$
  - e)  $F \wedge V \dots F$
  - f)  $V \wedge (F \vee F) = V \wedge F \dots F$

5ª. Questão:

- a)  $Q \text{ é } F \text{ e } P \wedge Q \text{ é } F \dots$  logo,  $P \text{ é } V \text{ ou } F$
- b)  $Q \text{ é } F \text{ e } P \vee Q \text{ é } F \dots$  logo,  $P \text{ é } F$
- c)  $Q \text{ é } F \text{ e } P \rightarrow Q \text{ é } F$   
           $V \quad F \quad \dots$  logo,  $P \text{ é } V$
- d)  $Q \text{ é } F \text{ e } P \rightarrow Q \text{ é } V$   
           $F \quad F \dots$  logo  $P \text{ é } F$ , pois se  $P$  fosse  $P \rightarrow Q$  seria  $F$ , já que  $Q \text{ é } F$ .
- e)  $Q \text{ é } F \text{ e } P \leftrightarrow Q \text{ é } V \dots$  como na bicondicional, para ela ser  $V$  ambas as proposições têm de ter os valores lógicos iguais, e, como  $Q \text{ é } F$   $P$  só pode ser  $F$  também.

f) Q é V e  $P \leftrightarrow Q$  é F .... Pelo motivo acima exposto, neste caso P só pode ser F

6ª Questão:

- a)  $P \rightarrow Q \dots V$  e  $P \wedge Q \dots F$   

|   |   |               |
|---|---|---------------|
| V | V | V (não serve) |
| F | V | F             |
| F | F | F             |
- b)  $P \rightarrow Q \dots V$  e  $P \vee Q \dots F$   

|   |   |               |
|---|---|---------------|
| V | V | V (não serve) |
| F | V | V (não serve) |
| F | F | F             |
- c)  $P \leftrightarrow Q \dots V$  e  $P \wedge Q \dots V$   

|   |   |               |
|---|---|---------------|
| V | V | V             |
| F | F | F (não serve) |
- d)  $P \leftrightarrow Q \dots F$  e  $\sim P \vee Q \dots V$   

|   |   |   |               |
|---|---|---|---------------|
| V | F | F | F (não serve) |
| F | V | V | V             |

## TAUTOLOGIAS, CONTRADIÇÕES E CONTINGÊNCIAS

### 1. TAUTOLOGIA.

Chama-se **tautologia** toda proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade é totalmente verdadeira, ou seja, é toda proposição composta que assume somente o valor V para todas as combinações possíveis de suas proposições simples.

As tautologias são também denominadas **proposições tautológicas** ou **proposições logicamente verdadeiras**.

**Exemplos:**

- a)  $p \vee \sim p$ : "Hoje vai chover ou hoje não vai chover". Neste caso, a proposição apresentada tem que ser sempre verdadeira, já que uma ou outra das duas coisas tem que acontecer (é o chamado **princípio do terceiro excluído**)

|   |          |                 |
|---|----------|-----------------|
| p | $\sim p$ | $p \vee \sim p$ |
| V | F        | V               |
| F | V        | V               |

- b)  $\sim(p \wedge \sim p)$  é tautológica (é o chamado **princípio da não contradição**):

|   |          |                   |                         |
|---|----------|-------------------|-------------------------|
| p | $\sim p$ | $p \wedge \sim p$ | $\sim(p \wedge \sim p)$ |
| V | F        | F                 | V                       |
| F | V        | F                 | V                       |

**Exercícios.** Verificar se as proposições a seguir são tautologias:

- 1)  $p \vee \sim(p \wedge q)$
- 2)  $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
- 3)  $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$
- 4)  $p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$
- 5)  $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

### 2. CONTRADIÇÃO.

É chamada de **contradição** toda proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade contém somente a letra F (falsidade), ou seja, é toda proposição composta que assume somente o valor F para todas as combinações possíveis de suas proposições simples.

A contradição é a **negação** de uma tautologia, já que esta é sempre verdadeira e sua negação será, então, sempre falsa.

Podemos afirmar, portanto, que uma proposição é uma tautologia se a sua negação for uma contradição e será uma contradição se a sua negação for uma tautologia.

Outra denominação para as contradições é: **proposições contraválidas** ou **proposições logicamente falsas**.

**Exemplos:**

- a)  $p \wedge \sim p$ : "hoje é sábado e hoje não é sábado"

|   |          |                   |
|---|----------|-------------------|
| p | $\sim p$ | $p \wedge \sim p$ |
| V | F        | F                 |
| F | V        | F                 |

- b)  $p \leftrightarrow \sim p$

|   |          |                            |
|---|----------|----------------------------|
| p | $\sim p$ | $p \leftrightarrow \sim p$ |
| V | F        | F                          |
| F | V        | F                          |

### 3. CONTINGÊNCIA.

Chama-se **contingência** toda proposição composta em que em sua tabela-verdade, última coluna, aparecem as letras V e F, pelo menos uma vez cada uma, ou seja, **contingência** é toda proposição composta que não pode ser classificada como tautologia nem como contradição.

Outra denominação para as contingências é **proposições indeterminadas** ou **proposições contingentes**.

**Exemplos:**

a)  $p \rightarrow \sim p$

| p | $\sim p$ | $p \rightarrow \sim p$ |
|---|----------|------------------------|
| V | F        | F                      |
| F | V        | V                      |

b)  $p \vee q \rightarrow p$

| p | q | $p \vee q$ | $p \vee p \rightarrow p$ |
|---|---|------------|--------------------------|
| V | V | V          | V                        |
| V | F | V          | V                        |
| F | V | V          | F                        |
| F | F | F          | V                        |

#### Exercícios:

I. Determine quais proposições são tautologias, contradições ou contingências:

- 1)  $(p \rightarrow p) \vee (p \rightarrow \sim p)$
- 2)  $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
- 3)  $p \vee q \rightarrow p \wedge q$
- 4)  $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$
- 5)  $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$
- 6)  $(p \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
- 7)  $p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$
- 8)  $\sim p \vee q \rightarrow (p \rightarrow q)$
- 9)  $p \rightarrow (p \rightarrow q \wedge \sim q)$
- 10)  $\sim(p \vee \sim p) \vee (q \vee \sim q)$
- 11)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim p \vee q$
- 12)  $(p \wedge q) \vee r \rightarrow a \wedge (q \vee r)$
- 13)  $(p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

II. Em cada caso, atribua valores lógicos para p e q de modo que as proposições dadas sejam tautológicas:

- 1)  $p \wedge q$
- 2)  $p \rightarrow \sim p$
- 3)  $p \wedge (q \rightarrow \sim p)$

## GABARITO - TAUTOLOGIAS, CONTRADIÇÕES E CONTINGÊNCIAS

Exercício: **PÁG. 1**

1)  $p \vee \sim(p \wedge q)$

| p | q | $p \wedge q$ | $\sim(p \wedge q)$ | $p \vee \sim(p \wedge q)$ |
|---|---|--------------|--------------------|---------------------------|
| V | V | V            | F                  | V                         |
| V | F | F            | V                  | V                         |
| F | V | F            | V                  | V                         |
| F | F | F            | V                  | V                         |

2)  $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

| p | q | $p \wedge q$ | $p \leftrightarrow q$ | $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ |
|---|---|--------------|-----------------------|--|
| V | V | V            | V                     | V  |
| V | F | F            | F                     | V  |
| F | V | F            | F                     | V  |
| F | F | F            | V                     | V  |

3)  $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$

| p | q | $\sim q$ | $q \wedge \sim q$ | $p \vee (q \wedge \sim q)$ | $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$ |
|---|---|----------|-------------------|----------------------------|--|
| V | V | F        | F                 | V                          | V  |
| V | F | V        | F                 | V                          | V  |
| F | V | F        | F                 | F                          | V  |
| F | F | V        | F                 | F                          | V  |

4)  $p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$

| p | r | q | $\sim q$ | $p \wedge r$ | $\sim q \vee r$ | $p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$ |
|---|---|---|----------|--------------|-----------------|--|
| V | V | V | F        | V            | V               | V                                      |
| V | V | F | V        | V            | V               | V                                      |
| V | F | V | F        | F            | F               | V                                      |
| V | F | F | V        | F            | V               | V                                      |
| F | V | V | F        | F            | V               | V                                      |
| F | V | F | V        | F            | V               | V                                      |
| F | F | V | F        | F            | F               | V                                      |
| F | F | F | V        | F            | V               | V                                      |

5)  $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ | $q \rightarrow r$ | $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ |
|---|---|---|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-----------------------------------|---|
| V | V | V | V                 | V                                 | V                 | V                                 | V   |
| V | V | F | V                 | F                                 | F                 | F                                 | V   |
| V | F | V | F                 | V                                 | V                 | V                                 | V   |
| V | F | F | F                 | V                                 | V                 | V                                 | V   |
| F | V | V | V                 | V                                 | V                 | V                                 | V   |
| F | V | F | V                 | F                                 | F                 | V                                 | V   |
| F | F | V | V                 | V                                 | V                 | V                                 | V   |
| F | F | F | V                 | F                                 | V                 | V                                 | V   |

Como podemos verificar, as 5 proposições anteriores são tautologias.

---

**PÁG. 2:**

**Exercício I:**

14)  $(p \rightarrow p) \vee (p \rightarrow \sim p)$

| p | $\sim p$ | $p \rightarrow p$ | $p \rightarrow \sim p$ | $(p \rightarrow p) \vee (p \rightarrow \sim p)$ |
|---|----------|-------------------|------------------------|---|
| V | F        | V                 | F                      | V   |
| F | V        | V                 | V                      | V   |

É tautologia.

15)  $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

| p | q | $p \rightarrow q$ | $(p \rightarrow q) \wedge p$ | $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|------------------------------|--|
| V | V | V                 | V                            | V  |
| V | F | F                 | F                            | V  |
| F | V | V                 | F                            | V  |
| F | F | V                 | F                            | V  |

É tautologia.

3)  $p \vee q \rightarrow p \wedge q$

| p | q | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q \rightarrow p \wedge q$ |
|---|---|------------|--------------|-----------------------------------|
| V | V | V          | V            | V                                 |
| V | F | V          | F            | F                                 |
| F | V | V          | F            | F                                 |
| F | F | F          | F            | V                                 |

É contingência.

4)  $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$

| p | q | $\sim p$ | $(\sim p \rightarrow q)$ | $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$ |
|---|---|----------|--------------------------|--|
| V | V | F        | V                        | V                                      |
| V | F | F        | V                        | V                                      |
| F | V | V        | V                        | V                                      |
| F | F | V        | F                        | V                                      |

É tautologia

5)  $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$

| p | q | $q \rightarrow p$ | $q \rightarrow (q \rightarrow p)$ | $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$ |
|---|---|-------------------|-----------------------------------|---|
| V | V | V                 | V                                 | V   |
| V | F | F                 | V                                 | V   |
| F | V | V                 | V                                 | V   |
| F | F | V                 | V                                 | V   |

É tautologia

6)  $(p \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow q$

| p | q | $p \rightarrow q$ | $p \rightarrow (p \rightarrow q)$ | $(p \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|-----------------------------------|---|
| V | V | V                 | V                                 | V   |
| V | F | F                 | F                                 | V   |
| F | V | V                 | V                                 | V   |
| F | F | V                 | V                                 | F   |

É contingência

7)  $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$

| p | q | $p \rightarrow q$ | $\sim q$ | $(p \rightarrow q) \wedge \sim q$ | $\sim p$ | $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$ |
|---|---|-------------------|----------|-----------------------------------|----------|--|
| V | V | V                 | F        | F                                 | F        | V  |
| V | F | F                 | V        | F                                 | F        | V  |
| F | V | V                 | F        | F                                 | V        | V  |
| F | F | V                 | V        | V                                 | V        | V  |

É tautologia

8)  $\sim p \vee q \rightarrow (p \rightarrow q)$

| p | q | $\sim p$ | $\sim p \vee q$ | $(p \rightarrow q)$ | $\sim p \vee q \rightarrow (p \rightarrow q)$ |
|---|---|----------|-----------------|---------------------|---|
| V | V | F        | V               | V                   | V   |
| V | F | F        | F               | F                   | V   |
| F | V | V        | V               | V                   | V   |
| F | F | V        | V               | V                   | V   |

É tautologia

9)  $p \rightarrow (p \rightarrow q \wedge \sim q)$

| p | q | $\sim q$ | $q \wedge \sim q$ | $p \rightarrow q \wedge \sim q$ | $p \rightarrow (p \rightarrow q \wedge \sim q)$ |
|---|---|----------|-------------------|---------------------------------|---|
| V | V | F        | F                 | F                               | F   |
| V | F | V        | F                 | F                               | F   |
| F | V | F        | F                 | V                               | V   |
| F | F | V        | F                 | V                               | V   |

É contingência

10)  $\sim(p \vee \sim p) \vee (q \vee \sim q)$

| p | q | $\sim p$ | $\sim q$ | $(p \vee \sim p)$ | $q \vee \sim q$ | $\sim(p \vee \sim p)$ | $\sim(p \vee \sim p) \vee (q \vee \sim q)$ |
|---|---|----------|----------|-------------------|-----------------|-----------------------|--|
| V | V | F        | F        | V                 | V               | F                     | V  |
| V | F | F        | V        | V                 | V               | F                     | V  |
| F | V | V        | F        | V                 | V               | F                     | V  |
| F | F | V        | V        | V                 | V               | F                     | V  |

É tautologia

11)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim p \vee q$

| p | q | $\sim p$ | $p \rightarrow q$ | $\sim p \vee q$ | $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim p \vee q$ |
|---|---|----------|-------------------|-----------------|---|
| V | V | F        | F                 | V               | F   |
| V | F | F        | F                 | F               | V   |
| F | V | V        | V                 | V               | V   |
| F | F | V        | V                 | V               | V   |

É contingência

12)  $(p \wedge q) \vee r \rightarrow p \wedge (q \vee r)$

| p | q | r | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \vee r$ | $q \vee r$ | $p \wedge (q \vee r)$ | $(p \wedge q) \vee r \rightarrow p \wedge (q \vee r)$ |
|---|---|---|--------------|-----------------------|------------|-----------------------|---|
| V | V | V | V            | V                     | V          | V                     | V   |
| V | V | F | V            | V                     | V          | V                     | V   |
| V | F | V | F            | V                     | V          | V                     | V   |
| V | F | F | F            | F                     | F          | F                     | V   |
| F | V | V | F            | V                     | V          | F                     | F   |
| F | V | F | F            | F                     | V          | F                     | V   |
| F | F | V | F            | V                     | V          | F                     | F   |
| F | F | F | F            | F                     | F          | F                     | V   |

É contingência

$$13) (p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

| p | q | r | $p \wedge q$ | $p \wedge q \rightarrow r$ | $q \rightarrow r$ | $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | $(p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ |
|---|---|---|--------------|----------------------------|-------------------|-----------------------------------|--|
| V | V | V | V            | V                          | V                 | V                                 | V  |
| V | V | F | V            | F                          | F                 | F                                 | V  |
| V | F | V | F            | V                          | V                 | V                                 | V  |
| V | F | F | F            | V                          | V                 | V                                 | V  |
| F | V | V | F            | V                          | V                 | V                                 | V  |
| F | V | F | F            | V                          | F                 | V                                 | V  |
| F | F | V | F            | V                          | V                 | V                                 | V  |
| F | F | F | F            | V                          | V                 | V                                 | V  |

É tautologia

Exercício II:

1)  $p \wedge q$

**$V(p) = V$  e  $V(q) = V$**

2)  $p \rightarrow \sim p$

**$V(p) = F$**

2)  $p \wedge (q \rightarrow \sim p)$

**$V(p) = V$  e  $V(q) = F$**